Resumen de la clase anterior

Potencias

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot\ a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n veces}}$$

Signos de una potencia

- **Exponente par**
  $(-2)^2 = -2 \cdot -2 = 4$
- **Exponente impar**
  $(-2)^3 = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$

Propiedades

- **Multiplicación**
  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- **División**
  $a^n : a^m = a^{n-m}$
  $a^n : b^n = (a : b)^n$
- **Potencia de una potencia**
  $(a^n)^m = a^{m \cdot n}$
- **Exponente 0**
  $a^0 = 1$
- **Exponente negativo**
  $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$
- **Potencias base 10**
  $10^1 = 10$
  $10^2 = 100$
  $10^{-3} = 0{,}001$

Aprendizajes esperados

- Reconocer el concepto de raíz y su relación con las potencias.
- Calcular raíces.
- Descomponer y componer raíces.
- Utilizar raíces en la resolución de problemas.
- Aplicar las propiedades de raíces.
- Racionalizar expresiones.

Pregunta oficial PSU

Para todo m > 0 la expresión $\sqrt[3]{m^4} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{m}$ es igual a

A) m
B) $\sqrt[8]{m^7}$
C) $\sqrt{m^5}$
D) $\sqrt[5]{m^7}$
E) $\sqrt[6]{m^7}$

*Fuente : **DEMRE - U. DE CHILE**, Proceso de admisión 2011.*

1. Raíces

1. Raíces

Una raíz es una cantidad que se debe multiplicar por sí misma tantas veces como indique el índice, para obtener un número determinado.

$$\sqrt[b]{x} = c \text{ , ya que } c^b = x$$

Los términos de una raíz son:

$$\sqrt[b]{x^a} = c$$

b: índice

x^a: cantidad subradical

c: radical

$b \in N$; $a \in Z$

Ejemplos:

$\sqrt[3]{8} = 2$, ya que $2^3 = 8$

$\sqrt[4]{81} = 3$, ya que $3^4 = 81$

1. Raíces

El concepto de raíz se relaciona con las potencias ya que esta corresponde a una potencia con exponente fraccionario.

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a} \quad ; \quad b \in N \,,\; a \in Z$$

Ejemplos:

$$8^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{8^2} = \sqrt[5]{64}$$

$$\left[\frac{1}{4}\right]^{-\frac{2}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{16}$$

1. Raíces

1.1 Propiedades

- **Multiplicación de raíces**

<u>De igual índice:</u> Se multiplican las cantidades subradicales conservando el índice que tienen en común.

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad ; n \in N}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{9 \cdot 3} = \sqrt[3]{27} = 3$$

<u>De igual cantidad subradical:</u> Cada raíz se transforma a potencia y luego se realiza la multiplicación de potencias.

1. Raíces

1.1 Propiedades

- **División de raíces**

De igual índice: Se dividen las cantidades subradicales conservando el índice que tienen en común.

$$\boxed{\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b} \quad ; n \in \mathbb{N},\ b \neq 0}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[4]{512} : \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{512:2} = \sqrt[4]{256} = 4$$

De igual cantidad subradical: Cada raíz se transforma a potencia y luego se realiza la división de potencias.

1. Raíces

1.1 Propiedades

- **Raíz de una raíz**

Se multiplican los índices.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a} \quad ;\ m, n \in N$$

Ejemplo:

$$\sqrt[5]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[5\cdot 4]{2} = \sqrt[20]{2}$$

1. Raíces

1.2 Composición y descomposición de una raíz

- **Composición de una raíz**

Se utiliza para ingresar un factor a una raíz.

$$\boxed{a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b} \quad ; n \in N}$$

Ejemplo:

$$3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2} = \sqrt[4]{81 \cdot 2} = \sqrt[4]{162}$$

1. Raíces

1.2 Composición y descomposición de una raíz

• Descomposición de una raíz

Se utiliza cuando un factor de la cantidad subradical tiene raíz exacta.

$$\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a\sqrt[n]{b} \quad ; n \in N$$

Ejemplo:

$$\sqrt{162} = \sqrt{81 \cdot 2} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

Esta propiedad se utiliza cuando se desea sumar o restar raíces y sabemos que pueden llegar a tener cantidades subradicales iguales.

1. Raíces

1.3 Racionalización

Cuando tenemos expresiones fraccionarias con raíces en el denominador, conviene trasformar esta fracción, a una nueva expresión, pero sin las raíces en el denominador. A este proceso se le llama **racionalización**. Podemos agrupar las formas de racionalización en tres tipos:

- **Raíz cuadrada**

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = ?$$

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

- **Raíz enésima**

$$\frac{4}{\sqrt[5]{3^2}} = ?$$

$$\frac{4}{\sqrt[5]{3^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{4\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{4\sqrt[5]{27}}{3}$$

1. Raíces

1.3 Racionalización

- **Adición o sustracción de raíces**

$$\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = ?$$

$$\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2}$$

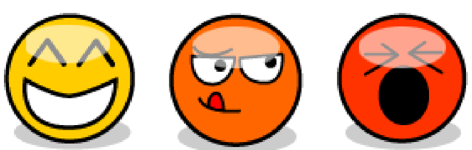
$$= \frac{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{1}$$

Pregunta oficial PSU

Para todo m > 0 la expresión $\sqrt[3]{m^4} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{m}$ es igual a

A) m
B) $\sqrt[8]{m^7}$
C) $\sqrt{m^5}$
D) $\sqrt[5]{m^7}$
E) $\sqrt[6]{m^7}$

Fuente : ***DEMRE - U. DE CHILE****, Proceso de admisión 2011.*



Pregunta oficial PSU

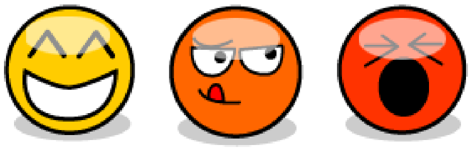
Para todo m > 0 la expresión $\sqrt[3]{m^4} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{m}$ es igual a

A) m
B) $\sqrt[8]{m^7}$
C) $\sqrt{m^5}$
D) $\sqrt[5]{m^7}$
E) $\sqrt[6]{m^7}$

ALTERNATIVA CORRECTA

C

*Fuente : **DEMRE - U. DE CHILE**, Proceso de admisión 2011.*



Síntesis de la clase

Raíces

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a} \quad ; \quad b \in N \, , \; a \in Z$$

Propiedades

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Composición y descomposición de raíces

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

Racionalización

$$\frac{1}{\sqrt{a} \pm b} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp b}{\sqrt{a} \mp b}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a^x}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-x}}}{\sqrt[n]{a^{n-x}}}$$