



Ergebnisse

Ergebnisse

Ergebnisse

Ergebnisse

Ergebnisse

Ergebnisse

Ergebnisse

Ergebnisse

Aprendizajes esperados

- Comprender los conceptos de moda, mediana y promedio.
- Calcular las medidas de tendencia central de datos no agrupados.
- Interpretar las medidas de tendencia central de datos no agrupados.

Contenidos

Estadística I

Medidas de tendencia central

Media aritmética
o promedio

Mediana o
percentil 50

Moda



Datos estadísticos

La Estadística es la parte de la matemática encargada de recopilar, organizar, presentar y analizar datos obtenidos de un estudio.

Un grupo de n datos se pueden representar mediante la notación:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_n$$

Ejemplo

Las notas de un alumno son **4,5; 5,2; 6,4; 5,8 y 6,7.**

Podemos expresar estos 5 datos como:

$$x_1 = 4,5; \quad x_2 = 5,2; \quad x_3 = 6,4, \quad x_4 = 5,8; \quad x_5 = 6,7.$$

Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central entregan información resumida acerca de un conjunto de datos.

Las medidas de tendencia central son:

- Media aritmética (o promedio)
- Mediana
- Moda

Media aritmética (o promedio)

La media aritmética (o promedio) corresponde al número que se obtiene al dividir la “**suma de todos los valores**” por el “**número de datos**” .

Para representar la media aritmética se utiliza el símbolo: \bar{x}

Fórmula

$$\bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

Donde ***n*** representa el número de datos.

Media aritmética (o promedio)

Ejemplo

¿Cuál es la media aritmética (o promedio) de los datos: 3, 5, 8, 8, 10, 12, 24, 30?

Podemos observar que el número de datos es $n = 8$.

Para calcular la media aritmética de estos datos se debe sumar todos los datos y dividir esta suma por 8, es decir:

$$\bar{x} = \frac{3 + 5 + 8 + 8 + 10 + 12 + 24 + 30}{8} \quad (\text{Sumando})$$

$$\bar{x} = \frac{100}{8}$$

$$\bar{x} = 12,5$$

Observación

La media aritmética **no** necesariamente está en el grupo de datos.

Media aritmética (o promedio)

Ejemplo

El promedio de un alumno que tiene 4 notas es 6,2. Si tres de estas notas son 5,5 ; 6,5 y 7,0, ¿cuál fue su cuarta nota?

En este caso, $n = 4$.

Sea x_4 la nota que falta, entonces se tiene:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$6,2 = \frac{5,5 + 6,5 + 7,0 + x_4}{4} \quad (\text{Sumando las notas y multiplicando por 4})$$

$$4 \cdot 6,2 = 19 + x_4 \quad (\text{Multiplicando})$$

$$24,8 = 19 + x_4 \quad (\text{Restando 19})$$

$$24,8 - 19 = x_4$$

$$5,8 = x_4$$

Mediana

La mediana (M_e) o percentil 50 de un conjunto de datos es el valor que ocupa la posición central cuando los datos han sido ordenados (en forma creciente o decreciente).

Para calcular la mediana se debe ordenar los datos de menor a mayor (o de mayor a menor) y encontrar el dato central.

La mediana es el valor que deja por debajo y por encima de él, el mismo número de observaciones.


Mediana

Ejemplo

¿Cuál es la mediana de los datos 5, 6, 3, 12, 7?

Ordenando los datos de menor a mayor se tiene:

3, 5, 6, 7, 12



M_e

Podemos observar que el dato central es el 6.

Luego, la mediana es $M_e = 6$.

Mediana (o percentil 50)

Ejemplo

¿Cuál es la mediana de los datos 15, 10, 25, 30, 5, 40?

Ordenando los datos de menor a mayor se tiene:

5, 10, 15, 25, 30, 40



$$M_e = 20$$

En este caso, los datos quedan divididos en dos grupos de 3 datos.

La mediana es el promedio entre 15 y 25.

Luego, la mediana es $M_e = 20$.

Observación

La mediana **no** necesariamente está en el grupo de datos.

Mediana (o percentil 50)

Al analizar los ejemplos anteriores, podemos distinguir dos casos:

En un grupo de datos, donde n es el número total de ellos, se tiene:

- Si n es impar, entonces la mediana es el dato que está en la posición $\frac{n+1}{2}$.
- Si n es par, entonces la mediana se encuentra en la mitad y es el promedio de los datos centrales, los de ubicación $\frac{n}{2}$ y $\frac{n}{2} + 1$.

Moda

La moda (M_o) de un grupo de datos, corresponde al valor más frecuente, es decir, el que más se repite.

En un conjunto de datos puede haber una o más **modas**, e incluso puede no haber moda.

Ejemplo

¿Cuál es la moda en la distribución 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9?

El dato que más se repite es el 4.

Por lo tanto, la moda $M_o = 4$.

Moda

Ejemplo

¿Cuál es la moda de los datos 12, 13, 13, 16, 17, 17, 20, 28?

Podemos observar que los datos 13 y 17 se repiten 2 veces cada uno, luego, hay dos modas.

Por lo tanto, la moda es $M_o = 13$ y $M_o = 17$.

Ejemplo

En los datos: 2, 2, 2, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 15, 15, 15, ¿cuál es la moda?

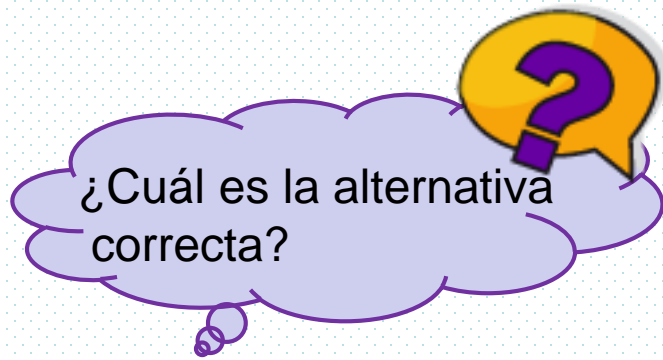
En el ejemplo, podemos observar que los datos 2, 8, 10 y 15, se repiten el mismo número de veces.

Por lo tanto, en este caso **NO** hay moda.

Apliquemos nuestros conocimientos

1. En un grupo de 10 amigos, las edades son: 12, 12, 12, 12, 15, 15, 15, 16, 16, 17. ¿Cuál es la moda de la edad de los amigos?

- A) 12 años
- B) 10 años
- C) 14,2 años
- D) 15 años
- E) 15,5 años



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

Para resolver el ejercicio es necesario conocer la definición de la moda:

“El dato que más se repite”

En este caso, se observa que 12 años se repite 4 veces, y las otras edades se repiten una menor cantidad de veces.

Luego, la moda es 12 años.

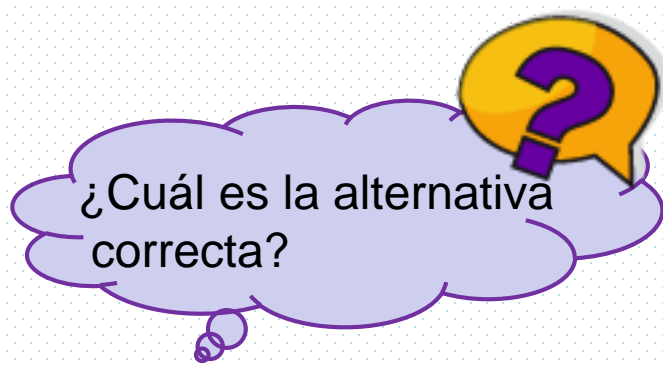


Habilidad: Conocimiento

Apliquemos nuestros conocimientos

2. Un alumno quiere tener promedio final 6,0 en Física. Si son 5 notas en total y en las primeras 4 su promedio es de 5,8, ¿cuál debe ser la quinta nota para obtener el promedio que quiere?

- A) 6,2
- B) 6,4
- C) 6,8
- D) 6,9
- E) 7,0



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

Llamaremos x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 a las 5 notas.

Nuestro objetivo está en determinar el valor de x_5 , que será la incógnita.

Dado que el promedio entre las primeras 4 notas es de 5,8, podemos encontrar el valor de la suma de estas notas. Esto es:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 5,8 \quad (\text{Multiplicando por 4})$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5,8 \cdot 4 \quad (\text{Resolviendo})$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 23,2$$

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

Conocido el valor de la suma de las primeras notas, calcularemos el valor de la media aritmética (o promedio) de las 5 notas. Esto es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$$

(Reemplazando el promedio querido y la suma de las primeras 4 notas)

$$6,0 = \frac{23,2 + x_5}{5}$$

(Multiplicando por 5)

$$6,0 \cdot 5 = 23,2 + x_5$$

(Resolviendo)

$$30 = 23,2 + x_5$$

(Restando 23,2)

$$30 - 23,2 = x_5$$

(Resolviendo)

$$6,8 = x_5$$

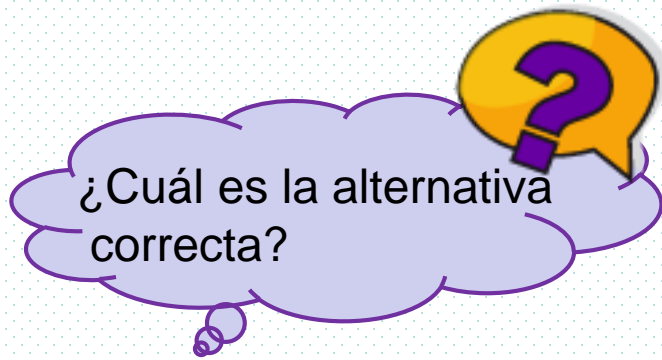


Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

3. En los siguientes datos: 56, 96, 23, 52, 35, 78, 18, 100, 49, 23; la mediana es

- A) 23
- B) 35
- C) 48
- D) 50,5
- E) 53



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

Para calcular la mediana debemos ordenar los datos de menor a mayor:

18, 23, 23, 35, 49, 52, 56, 78, 96, 100

Como son un número par de datos, la mediana estará entre los dos datos centrales.

Los datos centrales son el 49 y el 52.

La mediana es el promedio entre el 49 y el 52:

$$M_e = \frac{49 + 52}{2} \quad (\text{Sumando})$$

$$M_e = \frac{101}{2} \quad (\text{Dividiendo})$$

$$M_e = 50,5$$



Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

4. De los datos: $5p$, $7p$, $6p - 5$, $2p + 9$, con $p \in \mathbb{N}$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) La moda es p .

II) La media aritmética (o promedio) es $5p + 1$.

III) Si $p = 1$, entonces la mediana de los nuevos datos es 6.

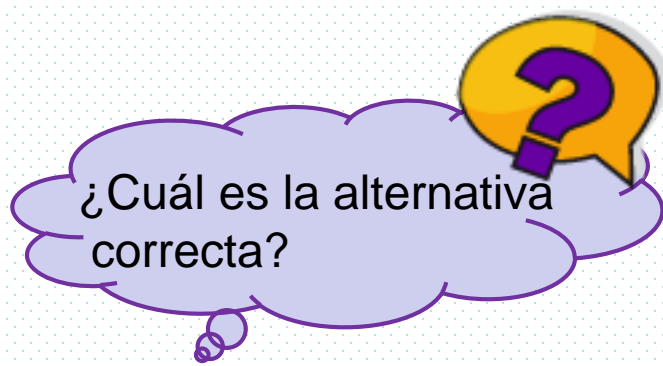
A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) Solo II y III

E) I, II y III



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

Analizando cada afirmación:

I) La moda es p .

Falsa.

La moda es el dato que más se repite.

Como ningún dato se repite, **NO** hay moda.

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

II) La media aritmética es $5p + 1$.

Verdadera.

Para calcular la media aritmética se deben sumar los datos y dividir por 4.

$$\bar{x} = \frac{5p + 7p + 6p - 5 + 2p + 9}{4} \quad (\text{Reduciendo términos semejantes})$$

$$\bar{x} = \frac{20p + 4}{4} \quad (\text{Dividiendo por 4})$$

$$\bar{x} = 5p + 1$$

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

III) Si $p = 1$, entonces la mediana de los nuevos datos es 6.

Verdadera.

La mediana es el dato central.

Si $p = 1$, se tiene:

- $5p = 5 \cdot 1 = 5$
- $7p = 7 \cdot 1 = 7$
- $6p - 5 = 6 \cdot 1 - 5 = 1$
- $2p + 9 = 2 \cdot 1 + 9 = 11$



Habilidad: **Análisis**

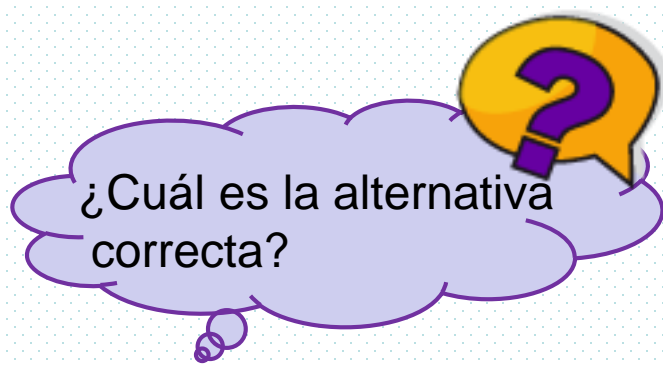
Estos datos, ordenados de menor a mayor, son: 1, 5, 7 y 11.

Como es un número par de datos, la mediana es el promedio de 5 y 7, es decir, la mediana es 6.

Apliquemos nuestros conocimientos

5. De los siguientes datos : 20, 18, 24, 20, 4, 16, 12, 18, 4, 19, 11, 16, 5, 24, ¿cuál es la mediana de las modas de la muestra?

- A) 12
- B) 14
- C) 15,07
- D) 16
- E) 18



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

Al observar la muestra se identifican algunos valores que se repiten, y otros que no.

Como hay algunos que se repiten dos veces, y ningún dato se repite más de 2 veces, son modas aquellos que tienen un par de datos.

Las modas, ordenadas de menor a mayor, son:

$$M_o = \{4, 16, 18, 20, 24\}$$



Habilidad: Comprensión

Luego, la mediana de las modas viene dada por el dato central de las modas.

Podemos observar que hay 5 modas, y que el dato central es el 18.

Por lo tanto, la mediana de las modas es 18.