Técnicas de conteo

¿Qué debo saber?

1. **Determina en cada caso la cantidad pedida.**
   a. Una tienda ofrece poleras de cuatro tallas distintas: S, M, L y XL, todas ellas en cinco colores diferentes. ¿Cuántos tipos de poleras distintas tiene la tienda?
   b. En el problema anterior, ¿cuántos tipos de poleras habría si, además, tuvieran las modalidades con y sin cuello?

Tema 1: ¿Cuándo se aplica el principio multiplicativo?

Actividades de modelación

Para recordar una clave de cinco letras, Diego decide usar solo las vocales sin repetir ninguna de ellas. ¿Cuántas claves distintas podría crear?

Para abordar este tipo de problemas, podemos utilizar un esquema de casilleros. En este caso, tenemos 5 casilleros que corresponden al orden que pueden dar a las vocales. Así:

5	4	3	2	1

- Para la primera posición existen 5 posibilidades, porque puede ser escogida cualquiera de las cinco vocales.
- En cada caso hay 4 posibilidades para ocupar la segunda posición, ya que las vocales no deben repetirse. Entonces, para los primeros dos casilleros hay $5 \cdot 4 = 20$ posibilidades.
- Para la tercera posición, quedan solo tres vocales. Es decir, en total son $20 \cdot 3 = 60$ posibilidades.
- En el cuarto lugar, hay dos vocales disponibles. Entonces, son $60 \cdot 2 = 120$ posibilidades.
- Para el último lugar, solo queda una opción en cada caso. Es decir, hay $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \cdot 1 = 120$ casos en total.

El **principio multiplicativo** establece que si un procedimiento dado se compone de dos etapas, que tienen respectivamente m y n posibilidades, entonces dicho procedimiento tiene $m \cdot n$ casos posibles en total. Si luego se agrega una nueva etapa, que tenga p posibilidades, el procedimiento tendrá $m \cdot n \cdot p$ casos posibles, es decir, siempre se multiplica por la cantidad de posibilidades de cada etapa.

Una **permutación** de n elementos es cada uno de los posibles órdenes de ellos, sin repetición. Se anota la cantidad total de los órdenes posibles como P_n.
(P_n se lee "p sub ene")

El total de permutaciones de n elementos sin repetición se calcula como

$P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$.

Este producto, de todos los números naturales de 1 hasta n, se llama **n** factorial (y se escribe n!).

Actividades de práctica

1. **Identifica, en cada situación, si las permutaciones asociadas tienen elementos distintos o repetidos.**

Situación	Tipo de permutación
Las formas en que se puede distribuir un grupo de 15 trabajadores en 15 puestos de trabajo.	
Los números que se pueden formar con los dígitos de tres dados de seis caras.	
Las maneras en que se pueden ordenar las letras de la palabra INTELIGENCIA.	
El orden de llegada a clases de los 30 estudiantes de un curso.	

2. **Calcula el valor de las siguientes expresiones:**
   a. 5! b. 7! c. 12! d. 8!
3. **Escribe en cada caso una expresión (sin desarrollarla) que corresponda a la respuesta de cada pregunta.**
   a. Rosario tiene 12 libros de una colección que ha comenzado a formar. Si para guardarlos ha instalado una repisa en su pieza, ¿de cuántas maneras puede ordenarlos?
   b. Miguel es profesor y en su curso hay 32 estudiantes. Si los quiere formar en fila, ¿de cuántas maneras puede hacerlo?
4. **A continuación, se muestran las 24 permutaciones posibles de las letras A, B, C y D. Obsérvalas y responde las preguntas.**

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

   a. ¿Cuántas permutaciones comienzan con cada una de las letras?, ¿por qué debe ser así? Justifica.