

➔ Tema 2: ¿Qué son las permutaciones y las combinaciones?

- 1** Consideren los grupos sorteados para el Campeonato Sudamericano Sub-20 Ecuador 2017, clasificatorio para el Mundial de Fútbol Sub-20.

Grupo A	Grupo B
 Ecuador	 Argentina
 Colombia	 Uruguay
 Brasil	 Perú
 Paraguay	 Venezuela
 Chile	 Bolivia

- ¿De cuántas maneras puede ordenarse el grupo A? Comenten y decidan la mejor forma de contar los casos sin repetirlos ni que falte alguno.
- De cada grupo, clasifican los tres primeros equipos a la segunda fase. Según estas posiciones se define el orden de los partidos, por lo tanto, es importante si lo hace en primer, segundo o tercer lugar. En el grupo A, ¿qué combinaciones posibles hubo para los tres primeros lugares? Escriban todas las posibilidades.

Actividades de modelación

- La profesora Valentina debe seleccionar entre 5 de sus alumnos (Andrés, Bruno, Carla, Diego y Eugenia) a 3 de ellos, los cuales representarán al liceo en una competencia. ¿Cuántas posibilidades tiene de hacerlo?

Si $m, n \in \mathbb{N}_0$, entonces:

- Se llama **permutación** de n elementos (se escribe P_n) a la cantidad de formas en que se pueden ordenar en una fila y se puede calcular como

$$P_n = n!$$

- Se llama **variación** de n elementos escogidos entre m (se escribe V_n^m) a la cantidad de ordenamientos posibles de n elementos, escogidos entre m . La cantidad de ellos se puede calcular como:

$$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$$

- Se llama **combinación** de n elementos escogidos de entre m a la cantidad de posibilidades que hay de escoger n elementos de un total de m , sin que importe el orden en que son escogidos. La cantidad de combinaciones se escribe como C_n^m , y se puede calcular como:

$$C_n^m = \frac{V_n^m}{n!} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$$

Ayuda

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$$

- La expresión $\frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$ suele escribirse como $\binom{m}{n}$ –que se lee “ m sobre n ”– y recibe el nombre de **número combinatorio**.
- Algunas propiedades de los números combinatorios son:
 - Cualquier número sobre 0 es igual a 1.

$$\binom{n}{0} = 1$$

- Todo número sobre sí mismo es igual a 1.

$$\binom{n}{n} = 1$$

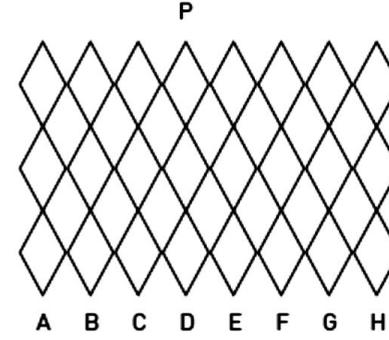
- Un número sobre 1 es siempre igual al número.

$$\binom{n}{1} = n$$

Actividades de práctica

1. Cinco estudiantes se presentan de candidatos para la directiva del curso. Si se debe escoger a tres de ellos para ocupar los cargos de presidente, secretario y tesorero, ¿cuántas son las distintas directivas posibles?
2. Gustavo tiene una colección de 40 revistas de cómics, de las cuales ha decidido regalarle 6 a Florencia, las que ella escoja. ¿De cuántas maneras puede elegir las revistas Florencia?
3. A partir de un grupo de 10 jugadores disponibles, se quiere formar un equipo de futbolito de 7 jugadores. ¿De cuántas maneras se puede hacer?
4. Un profesor distribuye a sus estudiantes en filas en la sala, de modo que cada fila tiene 6 puestos. Si en total hay 7 filas, ¿de cuántas formas distintas puede formarse la primera de ellas?
5. Rosario se cambió de departamento y quiere invitar a algunos de sus amigos para que lo conozcan. Como tiene poco espacio, decide invitar a 10 de ellos, pero en grupos de 5. ¿De cuántas maneras diferentes puede hacerlo?

6. Una reja de alambre tiene la siguiente forma:



Una gota de agua se encuentra en el punto P y en cada unión de los alambres puede irse por la derecha o la izquierda.

- a. ¿A qué puntos puede llegar en el último nivel?
- b. ¿De cuántas maneras puede llegar a cada uno de ellos? Explica.

¿Crees que alguien ha pensado en una solución diferente?, ¿por qué?

1. 60 directivas posibles.
 2. De 3838380 maneras.
 3. De 120 maneras.
 4. De 5245786 formas.
 5. De 252 maneras.
6. a. A los puntos A, B, C, D, E, F y G.
 b. Al punto A y G puede llegar de sólo una manera a cada uno, a A puede llegar haciendo sólo 6 izquierda y a G 6 derecha; a B y F puede llegar de $P_1^1 = 6$ formas, a B se puede llegar haciendo 5 izq. y 1 der.; como importa el orden, corresponde a elegir 1 elemento de entre 6: a C y E puede llegar de $P_2^2 = 30$ formas; a D puede llegar de $P_3^3 = 120$.