

ÁLGEBRA I

Algebra I

Aprendizajes esperados

- Utilizar conceptos matemáticos asociados al lenguaje algebraico inicial.
- Diferenciar término algebraico de expresión algebraica.
- Reducir términos algebraicos en una expresión.
- Multiplicar expresiones algebraicas.

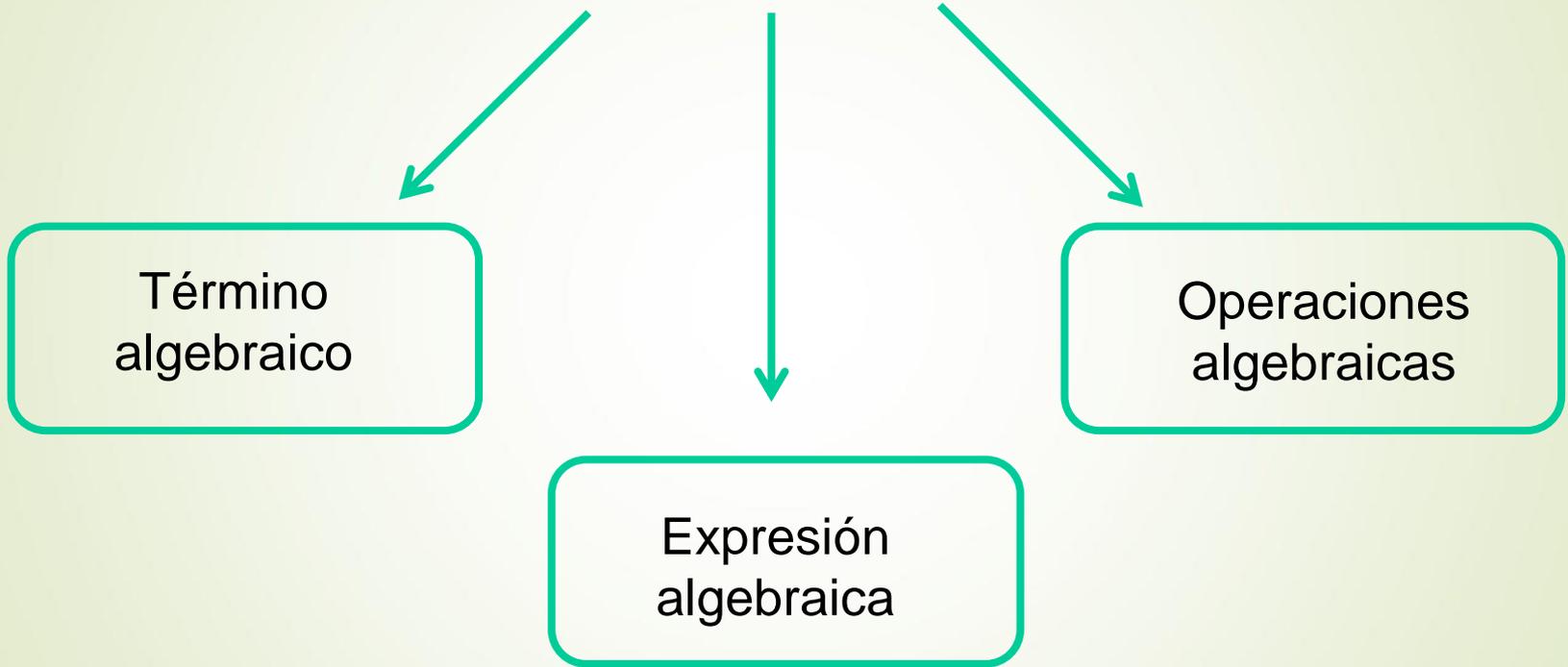
Contenidos

Álgebra I

Término
algebraico

Expresión
algebraica

Operaciones
algebraicas



Término algebraico

Es la relación entre números y letras donde intervienen operaciones como la multiplicación, división, potencias y/o raíces.

Consta de un **factor numérico** (o coeficiente) y un **factor literal**.

Ejemplos:

$$-3x^5y^8, \quad mn^3p^2, \quad 2xy^3, \quad \frac{7x^2}{4z}$$

Expresión algebraica

Es la relación entre términos algebraicos, mediante la adición y/o la sustracción.

Ejemplos:

$$1) \quad 3a^2 - 4ab + 5b^2$$

$$2) \quad 5x^3 + 2xy^2 - x + 1$$

$$3) \quad 2a^3b^2 + 5ab - 3a\sqrt{2}$$

Expresión algebraica

- **Monomio:**

Expresión algebraica que consta de un término algebraico.

Ejemplos: $12x^2$, $-3a^2b^2$, $5pq^2r^4$

- **Polinomio:**

Expresión algebraica que consta de dos o más términos algebraicos.
Se clasifican en:

- 1) **Binomio:**

Polinomio que consta de dos términos algebraicos.

Ejemplo: $4a^2x + 2xy^2$

- 2) **Trinomio:**

Polinomio que consta de tres términos algebraicos.

Ejemplo: $a^2 + 6ab - 9b^2$

Operaciones algebraicas

- **Adición y sustracción**

Solo pueden ser sumados o restados los coeficientes numéricos de los términos semejantes.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}5xy^2 - 8xy^2 + xy^2 &= (5 - 8 + 1) xy^2 \\ &= (6 - 8) xy^2 \\ &= -2xy^2\end{aligned}$$

Los términos semejantes son aquellos monomios que tienen los mismos factores literales.

Operaciones algebraicas

- **Multiplicación:**

- 1) **Monomio por monomio**

Se multiplican los coeficientes numéricos y los factores literales entre sí.

Ejemplo:

$$4a^5b^2c^3 \cdot 3a^2b^3c = 12a^7b^5c^4$$

Operaciones algebraicas

- **Multiplicación:**

2) Monomio por polinomio

Se multiplica el monomio por cada término del polinomio.

Recordemos la propiedad distributiva


$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$



Ejemplo: $2xy^3 (3x^2y - 4xy^2 + xy) = 6x^3y^4 - 8x^2y^5 + 2x^2y^4$

Operaciones algebraicas

- **Multiplicación:**

3) Polinomio por polinomio

Se multiplica cada término del primer polinomio por cada término del segundo polinomio.

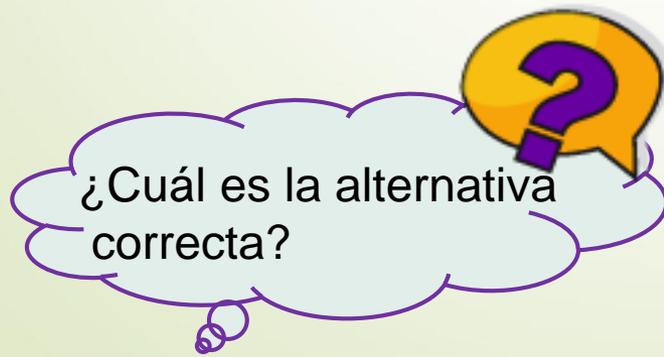
Ejemplo:

$$\begin{aligned}(5a + 2b)(4a + 3b) &= 20a^2 + 15ab + 8ab + 6b^2 \\ &= 20a^2 + 23ab + 6b^2\end{aligned}$$

Apliquemos nuestros conocimientos

1. Magdalena tiene $(3m + n)$ frutas. Para preparar un tutti frutti utiliza m frutas y luego agrega $(m - n)$. ¿Cuántas frutas le quedaron en el refrigerador?

- A) m
- B) $3m$
- C) $5m$
- D) $m + 2n$
- E) $3m + n$



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

Si tiene $(3m + n)$ frutas y utiliza $(m + m - n)$, entonces le quedan:

$$(3m + n) - (m + m - n) = \quad \text{(Eliminando paréntesis)}$$

$$3m + n - m - m + n = \quad \text{(Reduciendo términos semejantes)}$$

$$m + 2n$$

Por lo tanto, le quedan $(m + 2n)$ frutas.

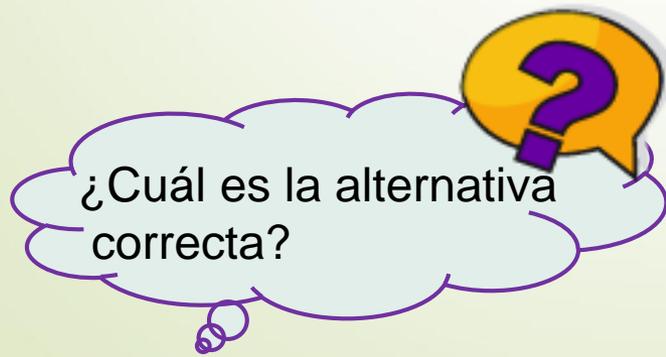


Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

2. La diferencia entre el triple de $(7x - 3y)$ y el doble de $(x + 9y)$ es

- A) $6x - 12y$
- B) $19x - 27y$
- C) $19x - 12y$
- D) $19x + 6y$
- E) ninguna de las expresiones anteriores.



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

La diferencia entre el triple de $(7x - 3y)$ y el doble de $(x + 9y)$ escrito matemáticamente es:

$$3(7x - 3y) - 2(x + 9y) = \quad (\text{Distribuyendo})$$

$$21x - 9y - 2x - 18y = \quad (\text{Reduciendo términos semejantes})$$

$$19x - 27y$$

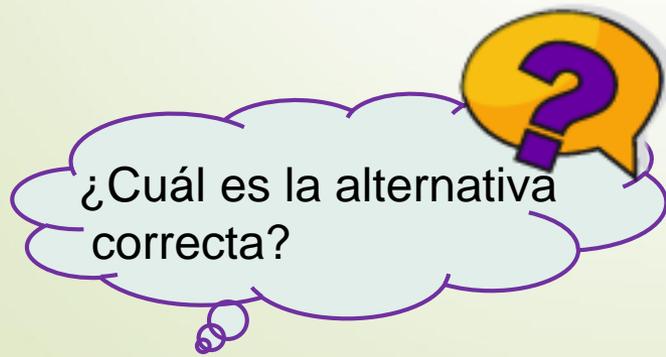


Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

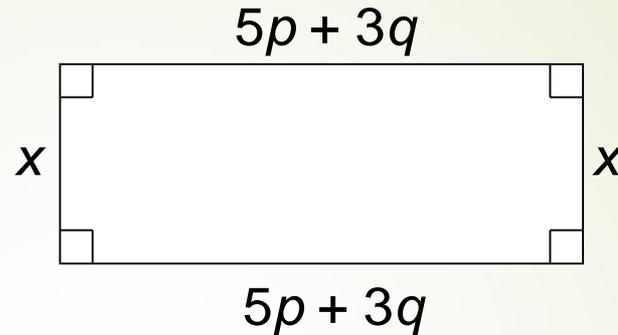
3. El largo de un rectángulo mide $(5p + 3q)$ cm y su perímetro $(16p + 8q)$ cm. Si $p > 0$ y $q > 0$, entonces la expresión que representa el ancho del rectángulo es

- A) $(3p + q)$ cm
- B) $(3p + 7q)$ cm
- C) $(6p + 2q)$ cm
- D) $(6p + 14q)$ cm
- E) ninguna de las expresiones anteriores.



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:



Para obtener el ancho, al perímetro del rectángulo debemos restarle 2 veces el largo y luego dividir todo por 2, entonces:

$$\text{Ancho} = \frac{\text{Perímetro} - 2 \text{ veces el largo}}{2} \quad (\text{Reemplazando})$$

$$\text{Ancho} = \frac{16p + 8q - 2(5p + 3q)}{2} \quad (\text{Distribuyendo})$$

Apliquemos nuestros conocimientos

$$\text{Ancho} = \frac{16p + 8q - 10p - 6q}{2} \quad (\text{Reduciendo términos semejantes})$$

$$\text{Ancho} = \frac{6p + 2q}{2} \quad (\text{Dividiendo por 2 ambos términos})$$

$$\text{Ancho} = \frac{6p}{2} + \frac{2q}{2} \quad (\text{Simplificando})$$

$$\text{Ancho} = (3p + q) \text{ cm}$$



Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

4. La expresión equivalente a $(3q + 2r)(5q - 6r) + 3qr$ es igual a

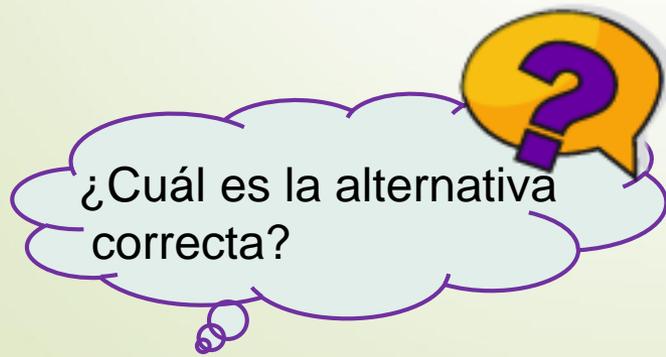
A) $15q^2 + 11qr - 12r^2$

B) $15q^2 + 3qr - 12r^2$

C) $15q^2 - 11qr - 12r^2$

D) $15q^2 - 15qr - 12r^2$

E) $15q^2 - 5qr - 12r^2$



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$$(3q + 2r)(5q - 6r) + 3qr = \quad \text{(Multiplicando binomios)}$$

$$15q^2 - 18qr + 10qr - 12r^2 + 3qr = \quad \text{(Reduciendo términos semejantes)}$$

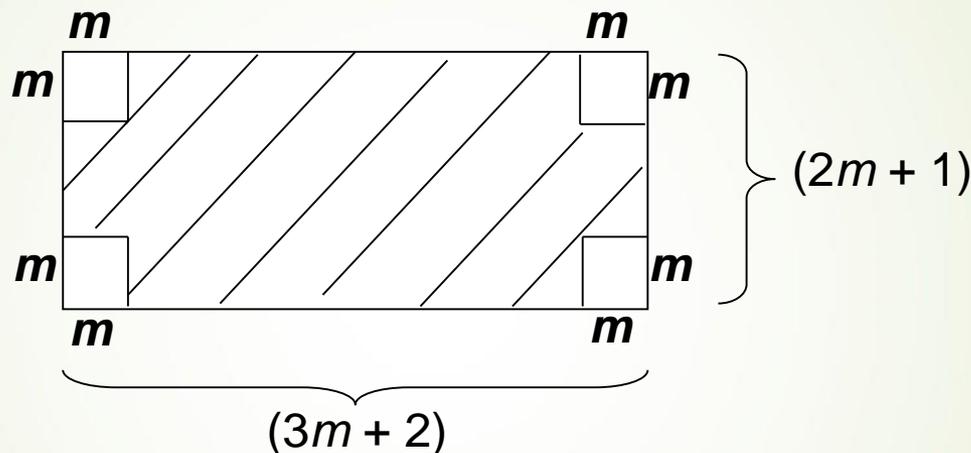
$$15q^2 - 5qr - 12r^2$$



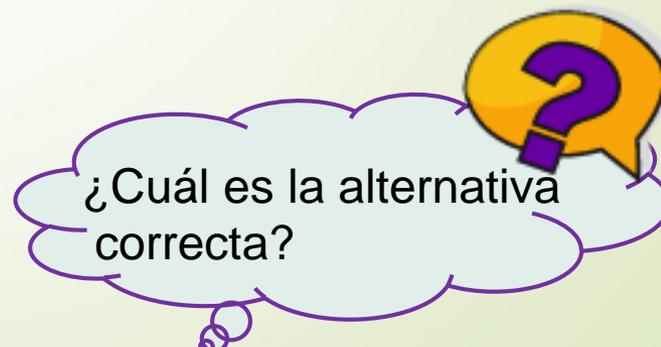
Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

5. A una hoja rectangular se le cortan cuadrados iguales de lado m en sus esquinas, como se muestra en la figura. Si $m > 1$, entonces la expresión que representa el área achurada es

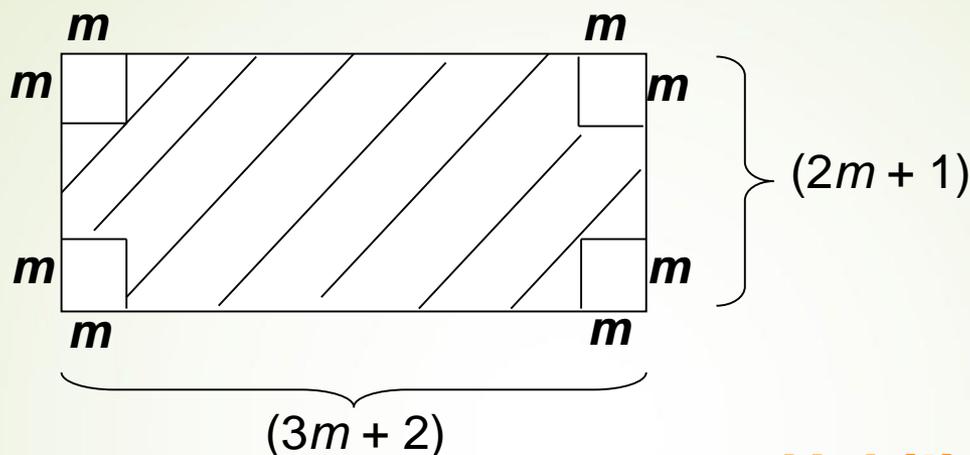


- A) $2m^2 + 2$
- B) $2m^2 + 7m + 2$
- C) $5m^2 + 7m + 2$
- D) $6m^2 + 3m + 2$
- E) ninguna de las expresiones anteriores.



Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:



Habilidad: Aplicación

Área achurada = Área del rectángulo – 4 veces área del cuadrado

Área achurada = $(3m + 2)(2m + 1) - 4 m^2$ (Multiplicando binomios)

Área achurada = $6m^2 + 3m + 4m + 2 - 4 m^2$ (Reduciendo términos semejantes)

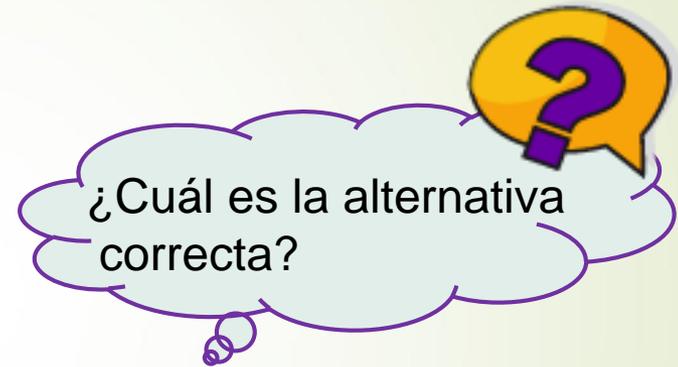
Área achurada = $2m^2 + 7m + 2$

1. Conjuntos numéricos



1. El doble de las tres cuartas partes del quíntuple de los dos tercios de 30 es

- A) 6
- B) 30
- C) 75
- D) 150
- E) 200



Plantea el enunciado en su forma aritmética.

1. Conjuntos numéricos



El doble de las tres cuartas partes del quíntuple de los dos tercios de 30

$$\underbrace{2} \cdot \underbrace{\frac{3}{4}} \cdot \underbrace{5} \cdot \underbrace{\frac{2}{3}} \cdot \underbrace{30} =$$

$$2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 30 = \quad (\text{Simplificando})$$

$$5 \cdot 30 = 150 \quad (\text{Resolviendo})$$

Alternativa correcta: D

Habilidad: Aplicación

1. Conjuntos numéricos



2. Felipe quiere llenar un estanque con agua, cuya capacidad es de 25 litros. Si el estanque ya contiene $4\frac{2}{5}$ litros, ¿cuántos litros de agua faltan para llenarlo?

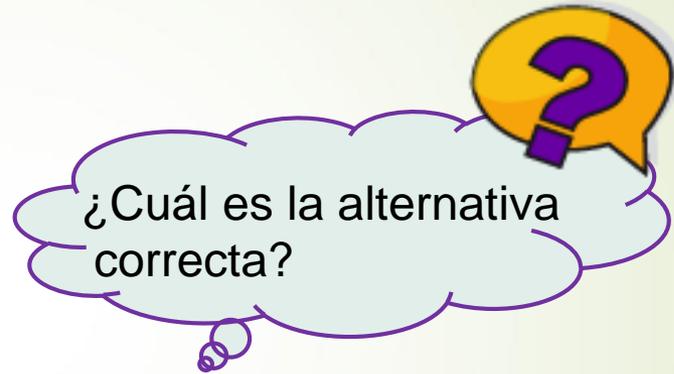
A) $\frac{108}{5}$

B) $\frac{103}{5}$

C) $\frac{23}{5}$

D) $\frac{13}{5}$

E) $\frac{3}{5}$



Igualar denominadores cuando se sumen o resten fracciones con distinto denominador.

1. Conjuntos numéricos



Sabemos que:

La capacidad del estanque = 25 litros.

El estanque ya contiene = $4\frac{2}{5} = \frac{22}{5}$ litros

Para calcular el volumen de agua faltante:

Volumen de agua faltante = Capacidad - Volumen de agua en el estanque

$$\text{Volumen de agua faltante} = 25 - \frac{22}{5} = \frac{125 - 22}{5} = \frac{103}{5} \text{ litros}$$

Alternativa correcta: B

Habilidad: Aplicación

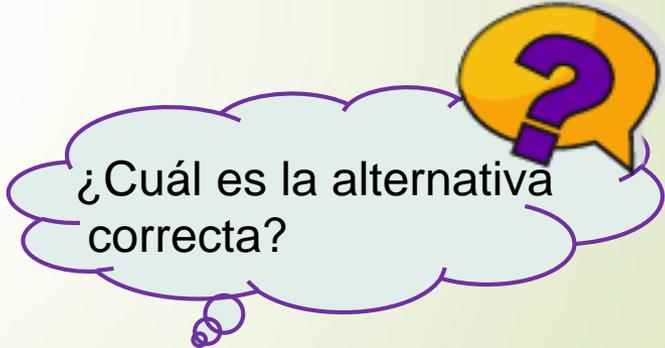
1. Conjuntos numéricos



3. La suma de tres números pares consecutivos es **siempre** divisible por

- I) 2
- II) 3
- III) 6

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III



¿Cuál es la alternativa correcta?

Recuerda escribir los números pares en su forma general $2n$

1. Conjuntos numéricos



Un número par se escribe de forma general como $2n$. Para obtener el par consecutivo se suman 2 unidades. Por ello,

$$\text{Número par} = 2n$$

$$\text{Número par consecutivo} = 2n+2$$

$$\text{Siguiente par consecutivo} = 2n + 2 + 2 = 2n + 4$$

La suma de los tres pares consecutivos es:

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4) = \quad \text{(Sumando términos semejantes)}$$

$$6n + 6 = \quad \text{(Factorizando)}$$

$$6(n+1)$$

Como 6 es factor de $6(n+1)$, entonces 6 es divisor de la expresión.

Como 6 es divisor de la expresión, también lo son sus divisores, 2 y 3.

1. Conjuntos numéricos



- I) Verdadera, ya que 2 es divisor de 6. Por ende, es divisor de $6(n+1)$.
- II) Verdadera, ya que 3 es divisor de 6. Por ende, es divisor de $6(n+1)$.
- III) Verdadera, ya que 6 es divisor o factor de $6(n+1)$.

Alternativa correcta: E
Habilidad: Análisis

1. Potencias

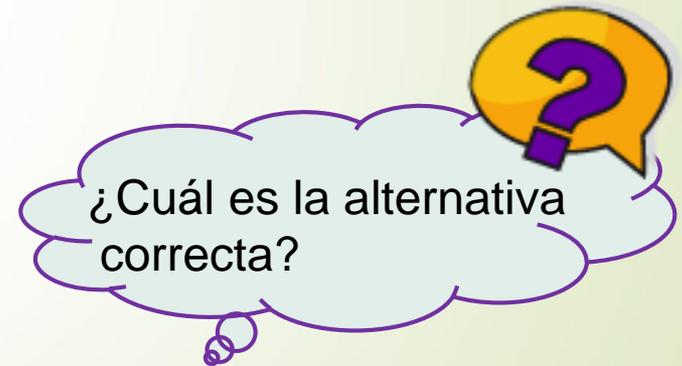


18. La expresión $(4^x + 4^{x+1}) =$, con x un número natural, es **siempre** divisible por

- I) 2
- II) 4
- III) 5

Es (son) verdadera(s)

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III



Para encontrar los divisores de una expresión es preciso factorizar.

1. Potencias



Sea x un número natural,

$$(4^x + 4^{x+1}) = \quad \text{(Factorizando)}$$

$$4^x(1 + 4) = \\ 5 \cdot 4^x$$

Luego, 4 y 5 son factores de la expresión. Por ello, 2 (divisor de 4), 4 y 5 son divisores de la expresión, dado un valor de x perteneciente al conjunto de los naturales:

- I) 2 es divisor de la expresión del enunciado, ya que es divisor de 4.
- II) 4 es divisor de la expresión del enunciado.
- III) 5 es divisor de la expresión del enunciado.

Por lo tanto, las tres expresiones son divisores de la expresión .

Alternativa correcta: E

Habilidad: Análisis