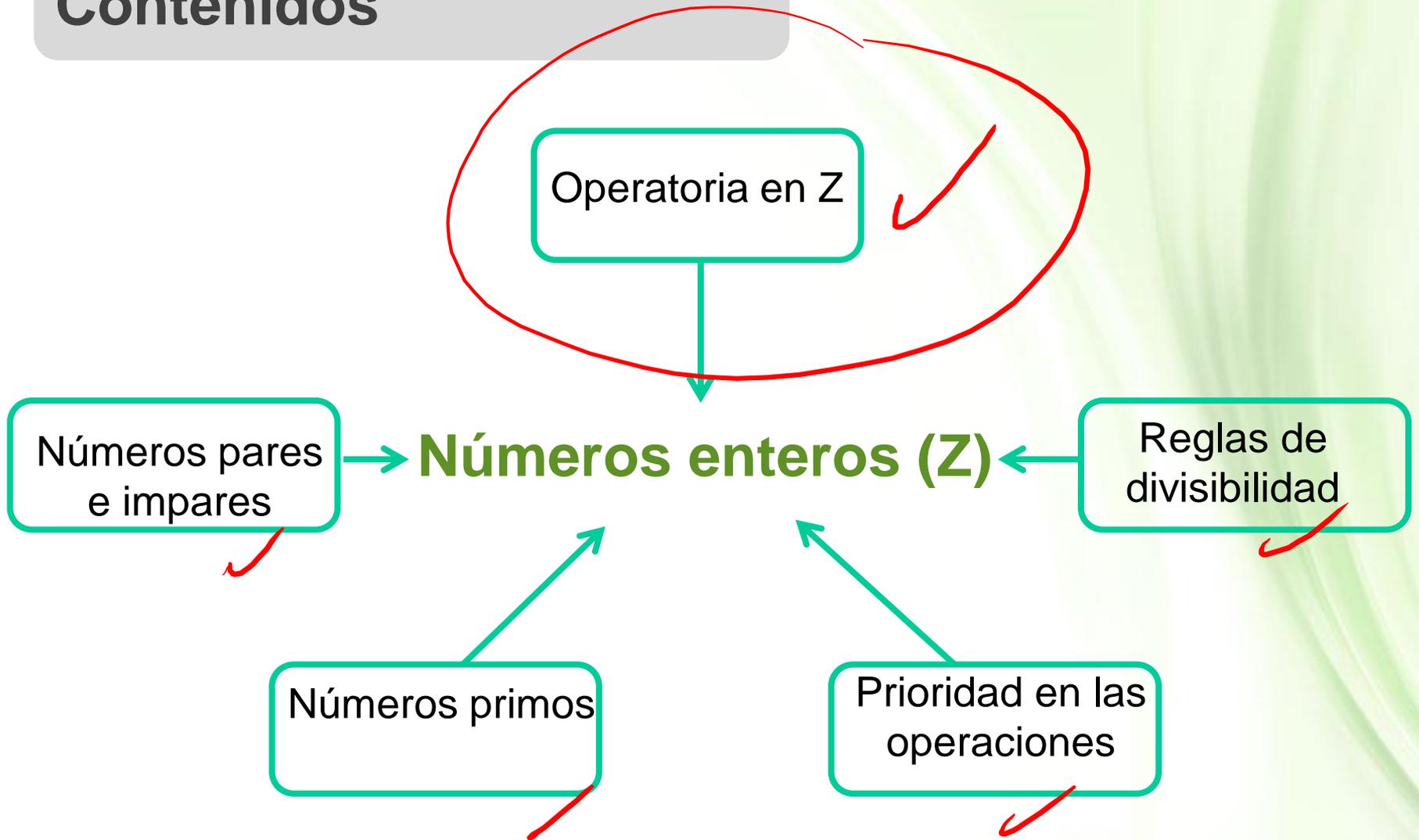


# Clase N°1: Operatoria en $Z$



# Contenidos



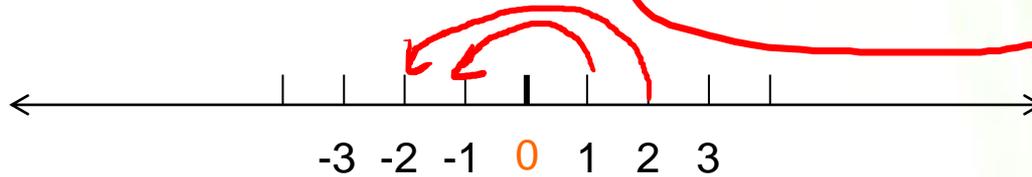
# Números enteros ( $\mathbb{Z}$ )

Conjunto de la forma:

$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ , infinito, ordenado y discreto.

Se puede representar como:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$



$$\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} = \mathbb{Z}$$

# Números enteros (Z)

## Recordemos que:

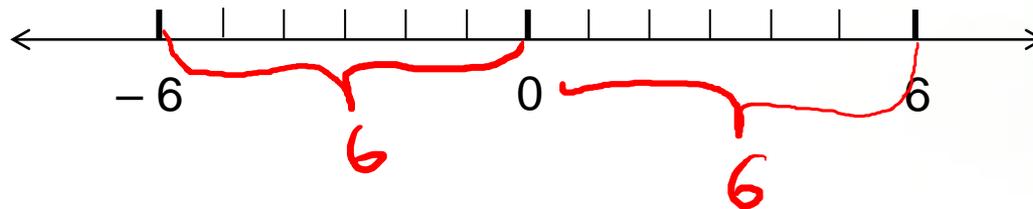
Valor absoluto: En la recta numérica es la distancia del número al cero, por lo tanto, **siempre** es positivo o cero.

## Ejemplo:

La distancia del 6 al origen es seis unidades, igual que la distancia del  $-6$  al origen.

La notación es:

$$|6| = 6 \text{ y } |-6| = 6$$



# Adición

Si  $a$  y  $b$  son números enteros, entonces se cumple que:

a) Al sumar enteros **de igual signo**, se suman los números y el signo se mantiene.



**Ejemplo:**

$$\underline{+38} + \underline{+5} = \textcircled{+}43$$

$$\textcircled{-}3 + \textcircled{-}7 = \textcircled{-}10$$

b) Al sumar enteros de **distinto signo**, se calcula la diferencia entre sus valores absolutos, conservando el signo del que tiene mayor valor absoluto.



**Ejemplo:**

$$\overset{(-)}{\curvearrowright} (-) \quad (+)$$
$$-15 + 3 = -12 \quad \checkmark$$

$$\overset{+}{\curvearrowright} (+) \quad (-)$$
$$87 + -6 = +81 \quad \checkmark$$

# Sustracción

Si  $a$  y  $b$  son números enteros, entonces se cumple que:

Al restar dos enteros, se debe sumar al minuendo el inverso aditivo del sustraendo.

- Caso 1:

$$a \ominus b = a \oplus \underline{-b}$$

*Minuendo*      *Sustraendo*

**Ejemplo:**

$$17 \ominus \underline{20} = 17 \oplus \underline{-20} = -3$$

- Caso 2:

$$a \ominus (-b) = a \oplus \underline{b}$$

**Ejemplo:**

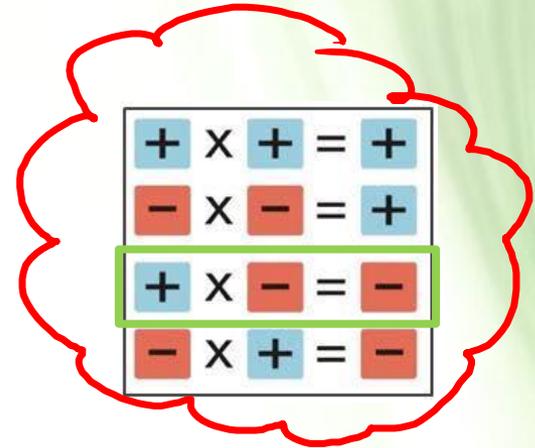
$$23 - (-10) = 23 + 10 = 33$$

# Resumen

# Multiplicación de números enteros

- Resuelve las siguientes multiplicaciones:

$$4 \cdot (-12) = -48$$



# Multiplicación de números enteros

- Resuelve las siguientes multiplicaciones:

$$-3 \cdot (-2) = 6$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



# Multiplicación de números enteros

- Resuelve las siguientes multiplicaciones:

$$-4 \cdot (7) = -28$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-

# División de números enteros

- Resuelve las siguientes divisiones:



$$12 : (-4) = -3$$

+	÷	+	=	+
-	÷	-	=	+
+	÷	-	=	-
-	÷	+	=	-

# División de números enteros

- Resuelve las siguientes divisiones:



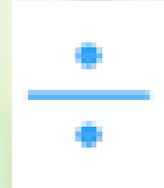
$$-12 : (-2) = 6$$

+	÷	+	=	+
-	÷	-	=	+
+	÷	-	=	-
-	÷	+	=	-



# División de números enteros

- Resuelve las siguientes divisiones:



$$-14 : (7) = -2$$

+	÷	+	=	+
-	÷	-	=	+
+	÷	-	=	-
-	÷	+	=	-

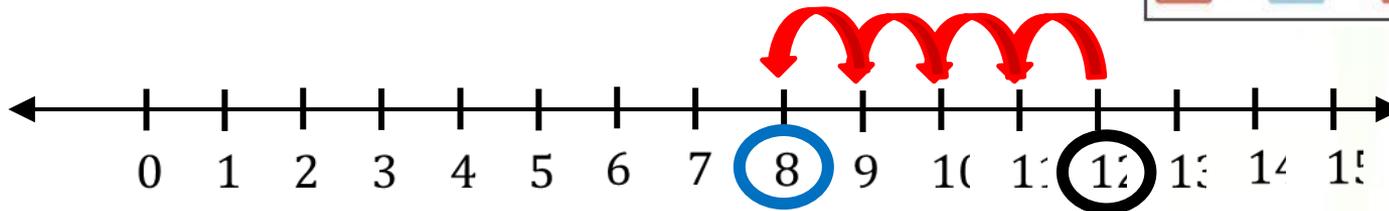
# Adición de números enteros



- Resuelve las siguientes adiciones:

$$12 + (-4) = 12 - (4) = 8$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



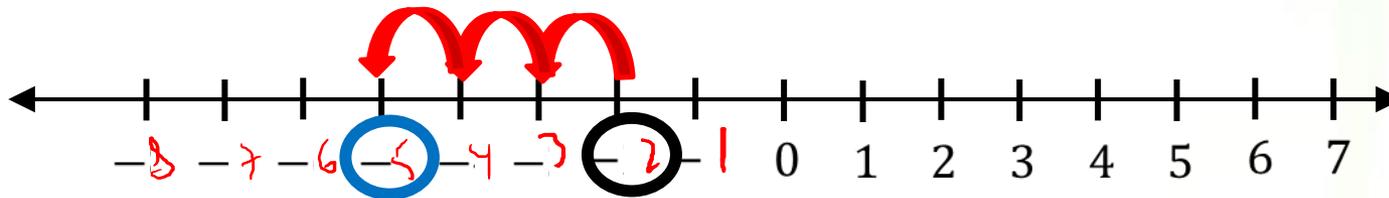
# Adición de números enteros



- Resuelve las siguientes adiciones:

$$-2 + (-3) = \textcircled{-2} - (3) = -5$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



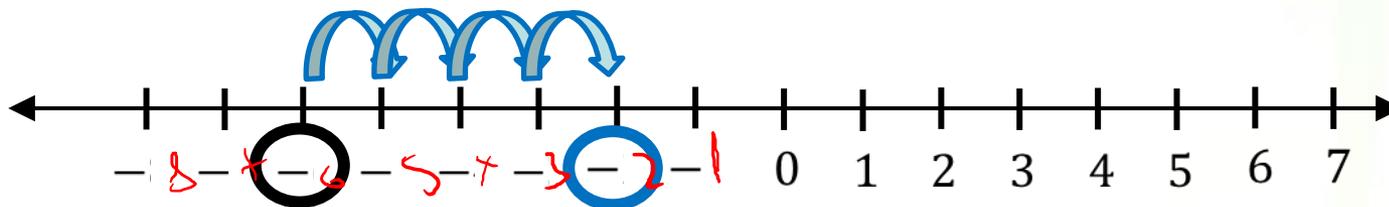
# Adición de números enteros



- Resuelve las siguientes adiciones:

$$-6 = (-4) = -6 + (4) = -2$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



# Números enteros ( $\mathbb{Z}$ )

## Recordemos que:

El antecesor de un número  $n$  es  $n - 1$

El sucesor de un número  $n$  es  $n + 1$  ✓

## Ejemplo:

El antecesor de 17 es:  
 $17 - 1 = 16$

El antecesor de -13 es:  
 $-13 - 1 = -14$

## Ejemplo:

El sucesor de 29 es:  
 $29 + 1 = 30$

El sucesor de -37 es:  
 $-37 + 1 = -36$

# Multiplicación

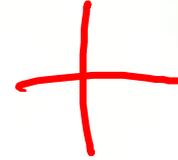
Si  $a$  y  $b$  son números enteros, entonces se cumple que:

a) Al multiplicar dos enteros **de igual signo**, el producto entre ellos es positivo.

**Ejemplo:**

$$12 \cdot 3 = + 36 = 36$$

$$- 13 \cdot - 5 = + 65 = 65$$



b) Al multiplicar dos enteros **de distinto signo**, el producto entre ellos es negativo.

**Ejemplo:**

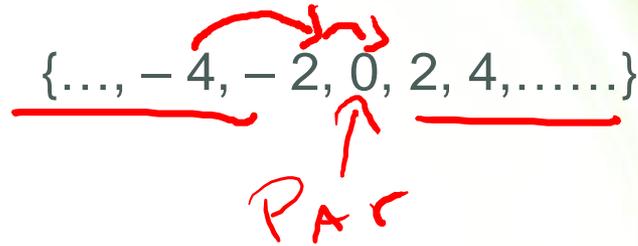
$$15 \cdot - 8 = - 120$$

$$- 9 \cdot 12 = - 108$$



# Números pares

Son de la forma  $2n$ , con  $n$  perteneciente a los enteros.

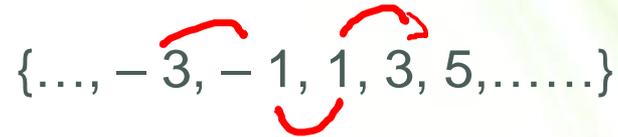
$$\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$


**Sucesor par:** Se obtiene sumando 2 al número. Si el número es  $2n$ , entonces su sucesor par es  $2n + 2$ .

**Antecesor par:** Se obtiene restando 2 al número. Si el número es  $2n$ , entonces su antecesor par es  $2n - 2$ .

# Números impares

Son de la forma  $2n + 1$ , con  $n$  perteneciente a los enteros.

$$\{\dots, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$
The diagram shows the set notation for odd integers. Red curved arrows are drawn above the numbers -3 and -1, and between -1 and 1, and between 1 and 3, illustrating that each number is 2 units greater than the previous one.

**Sucesor impar:** Se obtiene sumando 2 al número. Si el número es  $2n + 1$ , entonces su sucesor impar es  $2n + 3$ .

**Antecesor impar:** Se obtiene restando 2 al número. Si el número es  $2n + 1$ , entonces su antecesor impar es  $2n - 1$ .

# División

Si  $a$  y  $b$  son números enteros, entonces se cumple que:

a) Al dividir dos enteros **de igual signo**, el cociente entre ellos es positivo.

**Ejemplo:**

$$27 : 9 = + 3 = 3$$

$$- 45 : - 3 = +15 = 15$$



b) Al dividir dos enteros **de distinto signo**, el cociente entre ellos es negativo.

**Ejemplo:**

$$72 : - 9 = - 8$$

$$- 104 : 4 = - 26$$



# Reglas de divisibilidad

- Un número es **divisible por 2** si su última cifra es par ó 0.

**Ejemplo:**

42 y 10 son divisibles por 2.

- Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

**Ejemplo:**

84 es divisible por 3, ya que 8 + 4 es 12.

$$\begin{array}{r} 12:3 = 4 \\ 0// \end{array}$$

- Un número es **divisible por 5** si su última cifra es 0 ó 5.

**Ejemplo:**

135 y 250 son divisibles por 5.

# Reglas de divisibilidad

- Un número es **divisible por 6** si es divisible por 2 y por 3 a la vez.

## Ejemplo:

426 es divisible por 3, ya que  $4 + 2 + 6 = 12$ , además, 426 es divisible por 2, entonces es divisible por 6. ✓

- Un número es **divisible por 10** si su última cifra es 0.

## Ejemplo:

1.380 es divisible por 10.

# Números primos

Son aquellos números que solo son divisibles por 1 y por sí mismos.

{2, 3, 5, 7, 11, ...}

## Ejemplo:

49 no es primo ya que es divisible por 1, por 7 y por 49.

23 es primo ya que solo es divisible por 1 y por 23.

**El 1 no es primo**

# Prioridad de las operaciones

El orden para aplicar las operaciones en un ejercicio que involucre paréntesis, sumas, restas, multiplicaciones y divisiones es:

1° Paréntesis, de los interiores a los exteriores.

2° Potencias.

3° Multiplicación y División (de izquierda a derecha).

4° Adición y Sustracción, de izquierda a derecha.

PA

PO

MUD

AS

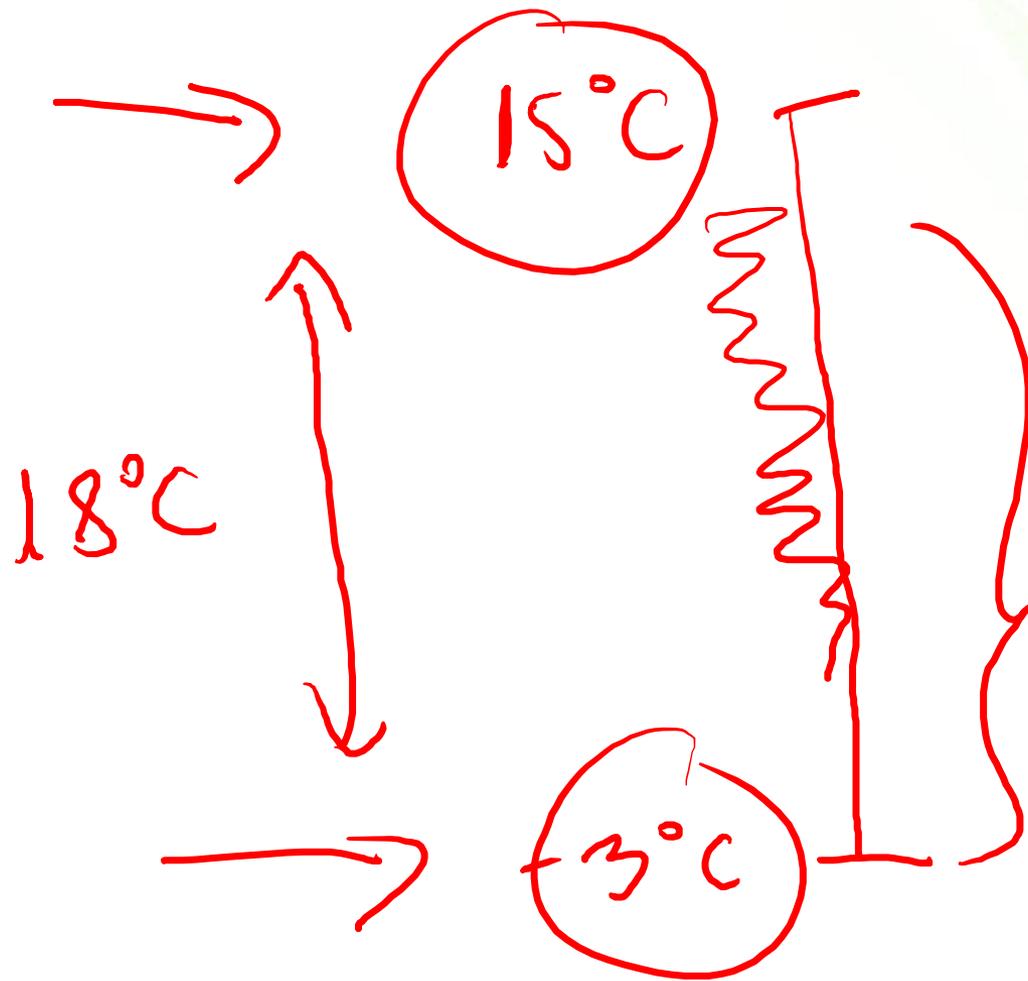
PA PO MU DAS

Recordemos que:

**PAPOMUDAS** se utiliza para realizar estos ejercicios

[www.victormoreno.jimdo.com](http://www.victormoreno.jimdo.com)





$$15 - (-3) =$$
$$15 + 3 = 18$$

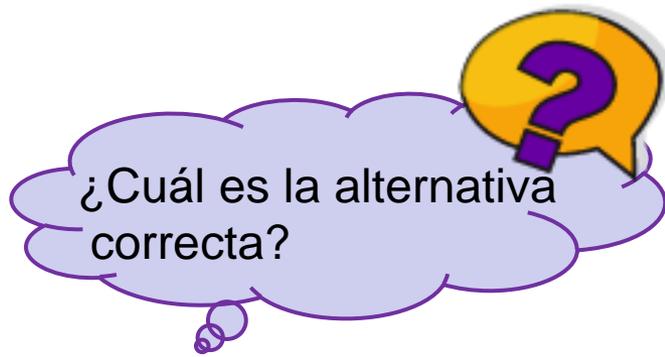
# Ejemplo

$$\begin{aligned} & -5 + (11 \cdot 8 - (3 + 35 : 7 - 2)) = \\ & -5 + ( 88 - (3 + 5 - 2)) = \\ & -5 + ( 88 - ( 8 - 2)) = \\ & -5 + ( 88 - ( 6 )) = \\ & -5 + ( 88 - 6 ) = \\ & -5 + ( 82 ) = \\ & -5 + 82 = \\ & 77 \end{aligned}$$

# Apliquemos nuestros conocimientos

1. Si al entero 8 le restamos el entero  $(-2)$  y luego le restamos el entero 15, se obtiene

- A) 21
- B) 9
- C) 5
- D)  $-5$
- E)  $-9$



# Apliquemos nuestros conocimientos

1. Si al entero 8 le restamos el entero  $(-2)$  y luego le restamos el entero 15, se obtiene

- A) 21
- B) 9
- C) 5
- D)  $-5$
- E)  $-9$



**Habilidad: Aplicación**

## Resolución:

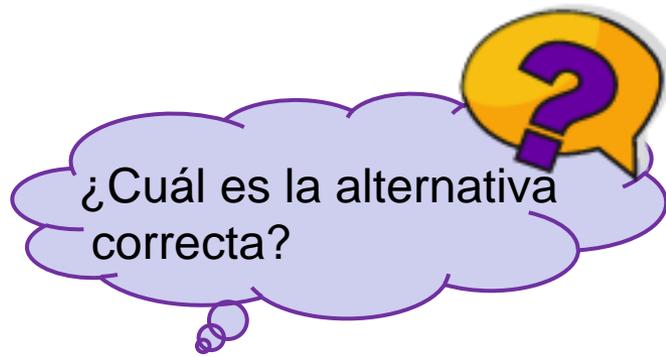
Si al entero 8 le restamos el entero  $(-2)$  y luego le restamos el entero 15, se expresa como:

$$\begin{aligned} 8 - (-2) - 15 &= && \text{(Eliminando paréntesis)} \\ 8 + 2 - 15 &= && \text{(Resolviendo)} \\ 10 - 15 &= \\ -5 & \end{aligned}$$

# Apliquemos nuestros conocimientos

2.  $38 - 38 : [(-56) : 28] =$

- A) 57
- B) 19
- C) 0
- D) -2
- E) Ninguno de los valores anteriores.



# Apliquemos nuestros conocimientos

2.  $38 - 38 : [(-56) : 28] =$

- A) 57
- B) 19
- C) 0
- D) -2
- E) Ninguno de los valores anteriores.



**Habilidad: Aplicación**

## Resolución:

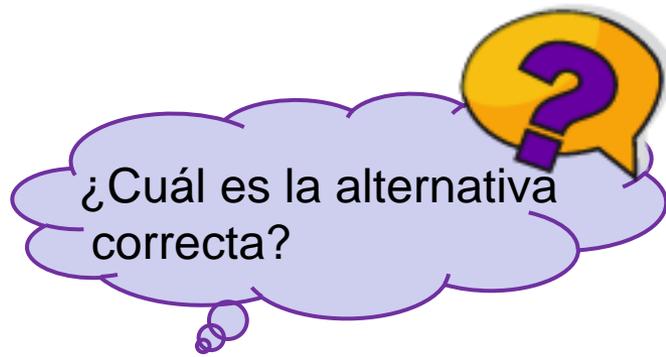
$$\begin{aligned} 38 - 38 : [(-56) : 28] &= \\ 38 - 38 : [(-2)] &= \\ 38 - 38 : (-2) &= \\ 38 + 19 &= \\ 57 & \end{aligned}$$

(Resolviendo el paréntesis)  
(Eliminando el paréntesis)  
(Resolviendo la división)  
(Sumando)

# Apliquemos nuestros conocimientos

3.  $7 - (-2) \cdot (-3) + 9 : 3 =$

- A) - 24
- B) - 6
- C) 4
- D) 9
- E) 16



# Apliquemos nuestros conocimientos

3.  $7 - (-2) \cdot (-3) + 9 : 3 =$

- A) - 24
- B) - 6
- C) 4
- D) 9
- E) 16



**Habilidad: Aplicación**

**Resolución:**

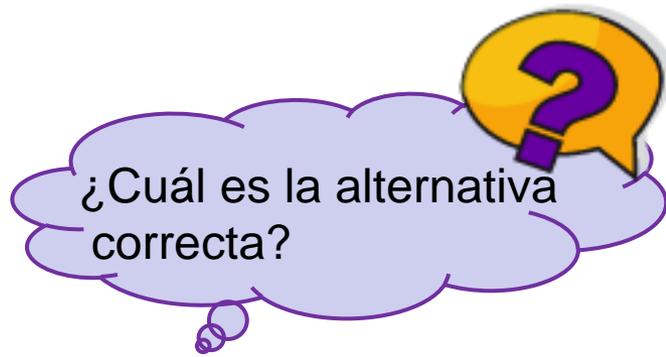
$$\begin{aligned} 7 - (-2) \cdot (-3) + 9 : 3 &= \\ 7 + 2 \cdot (-3) + 9 : 3 &= \\ 7 + -6 + 3 &= \\ 4 & \end{aligned}$$

(Eliminando el primer paréntesis)  
(Multiplicando y dividiendo)  
(Resolviendo)

# Apliquemos nuestros conocimientos

4. Un determinado día en Punta Arenas, el termómetro marcó una temperatura mínima de tres grados bajo cero y una temperatura máxima de  $4^{\circ}\text{C}$ . La oscilación térmica de ese día fue

- A)  $-7^{\circ}\text{C}$
- B)  $-1^{\circ}\text{C}$
- C)  $1^{\circ}\text{C}$
- D)  $7^{\circ}\text{C}$
- E) ninguna de las temperaturas anteriores.



# Apliquemos nuestros conocimientos

4. Un determinado día en Punta Arenas, el termómetro marcó una temperatura mínima de tres grados bajo cero y una temperatura máxima de  $4^{\circ}\text{C}$ . La oscilación térmica de ese día fue

- A)  $-7^{\circ}\text{C}$
- B)  $-1^{\circ}\text{C}$
- C)  $1^{\circ}\text{C}$
- D)  $7^{\circ}\text{C}$
- E) ninguna de las temperaturas anteriores.



**Habilidad: Aplicación**

## Resolución:

Para determinar la oscilación térmica, se debe calcular la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima, entonces:

$$\begin{aligned} 4^{\circ}\text{C} - (-3^{\circ}\text{C}) &= && \text{(Eliminando paréntesis)} \\ 4^{\circ}\text{C} + 3^{\circ}\text{C} &= && \text{(Sumando)} \\ 7^{\circ}\text{C} & && \end{aligned}$$

# Apliquemos nuestros conocimientos

5. En la siguiente secuencia: 5, 11, 17, 23, .....; el valor del sexto término menos el doble del valor del quinto término es

- A) – 23
- B) – 17
- C) 621
- D) 957
- E) ninguno de los valores anteriores.

# Apliquemos nuestros conocimientos

5. En la siguiente secuencia: 5, 11, 17, 23, .....; el valor del sexto término menos el doble del valor del quinto término es

- A) – 23
- B) – 17
- C) 621
- D) 957
- E) ninguno de los valores anteriores.



**Habilidad: Análisis**

## Resolución:

5, 11, 17, 23, ..... (A cada número se le suma seis)

5, 11, 17, 23, 29, 35 .....

Entonces, el sexto término menos el doble del quinto término es:

$$35 - 2 \cdot 29 = \quad \text{(Multiplicando)}$$

$$35 - 58 =$$

$$- 23$$