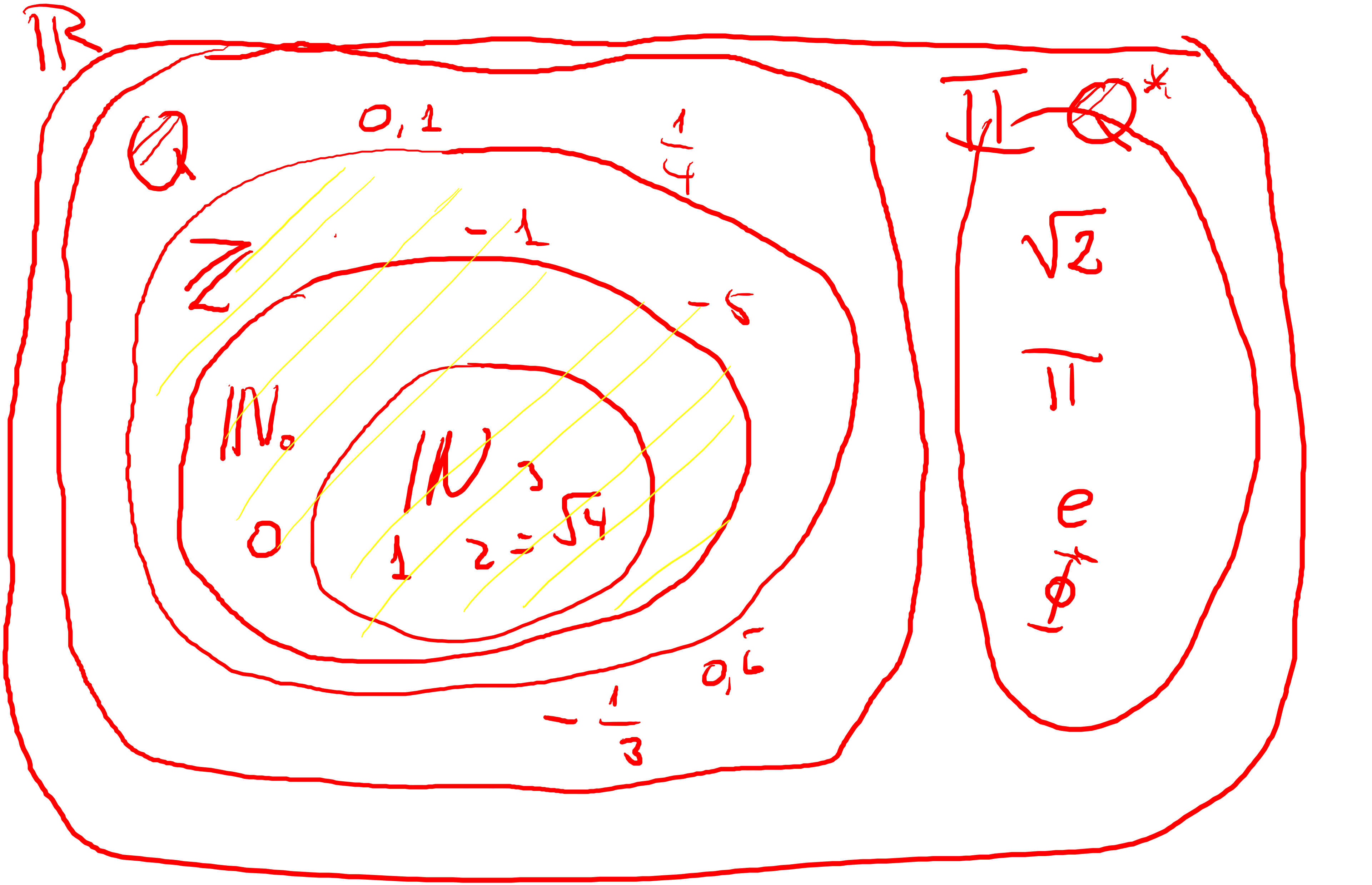
Clase N°2:
Operatoria en Q



R
Q
Z
N0
N
0,1
1/4
-1
-5
0
1
2 = √4
3
0,6̄
-1/3
I
Q*
√2
π
e
φ

Contenidos

Números racionales (Q)

- Operatoria en Q
- Transformación de decimal a fracción
- Comparación de fracciones
- Transformación de decimal periódico a fracción
- Transformación de decimal semiperiódico a fracción

Números racionales (Q)

Conjunto de la forma

?

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \;\; / \text{ a y b son enteros, y b es distinto de cero} \right\}$$

Es decir, donde todo número puede escribirse como fracción.

a: numerador y b: denominador

Ejemplos:

$$9;\ 23;\ 0;\ -12;\ -67;\ \frac{-11}{8};\ 0{,}391;\ 5{,}\overline{32};\ 11{,}4\overline{5}$$

Todo número entero es un número racional.

$$26 = \frac{26}{1}$$

Números racionales (Q)

Amplificación

Amplificar una fracción, significa multiplicar, tanto el numerador como el denominador por un mismo número.

Ejemplo:

Amplificar $\frac{8}{11}$ por 7

$$\frac{8 \cdot}{11 \cdot} \frac{7}{7} = \frac{56}{77}$$

Números racionales (Q)

Simplificación

Simplificar una fracción, significa dividir, tanto el numerador como el denominador por un mismo número.

Ejemplo:

Simplificar $\frac{135}{12}$ por 3 $\rightarrow 1+3+5=9$

$$\frac{135:3}{12:3} = \frac{45}{4}$$

Adición y sustracción

En general:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}\text{, con } b \neq 0 \text{ y } d \neq 0$$

1. Si los denominadores son iguales:

Ejemplo:

$$\frac{2}{29} + \frac{5}{29} = \frac{7}{29} \quad \text{y} \quad \frac{2}{29} - \frac{5}{29} = \frac{-3}{29}$$

2. Si uno de los denominadores es múltiplo del otro:

Ejemplo:

$$\frac{4}{27} + \frac{90}{27} = \frac{94}{27}$$

$$\frac{4}{27} + \frac{10 \cdot 9}{3 \cdot 9} = \frac{4 \cdot 1 + 10 \cdot 9}{27} = \frac{4 + 90}{27} = \frac{94}{27}$$

Adición y sustracción

3. Si los denominadores son primos entre sí:

Ejemplo:

$$\frac{3\cdot 7}{4\cdot 7}+\frac{2\cdot 4}{7\cdot 4}=\frac{21}{28}+\frac{8}{28}=\frac{29}{28}$$

$M(4) = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, \ldots$

$M(7) = 7, 14, 21, 28, 35, \ldots$

4. Aplicando mínimo común múltiplo (m.c.m.):

Ejemplo:

$$\frac{2 \cdot 4}{15 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{8 + 9}{60} = \frac{17}{60}$$

$$\begin{array}{c|c} 15 - 20 & 5 \\ \hline 3 - 4 & 3 \\ 1 - 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

M(15) = ... 60

M(20) = ... 60

$5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 60$

Números racionales (Q)

Número mixto

Ejemplo:

$$3\tfrac{5}{8} = \frac{3 \cdot 8 + 5}{8} = \frac{24 + 5}{8} = \frac{29}{8}$$

$$A\tfrac{c}{b} = A + \frac{c}{b}$$

Impropia

Inverso multiplicativo o recíproco $a = a^{-1} = \frac{1}{a}$

Si a ≠ 0, el inverso multiplicativo (recíproco) de **a** es $\frac{1}{a}$

a^{-1}

Ejemplo:

El recíproco de $\frac{5}{8}$ es $\frac{8}{5}$

Multiplicación

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$, con b ≠ 0 y d ≠ 0

Ejemplo:

Antes de multiplicar siempre es conveniente simplificar.

$$\frac{\cancel{35}^{\,7}}{72} \cdot \frac{9}{\cancel{5}_{\,1}} = \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{1}$$

$$\frac{7}{\cancel{72}_{\,8}} \cdot \frac{\cancel{9}^{\,1}}{1} = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{1}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{72 \cdot 5}{360}$$

$$\frac{35 \cdot 9}{2+5}$$

$$\frac{2+5}{360}$$

División

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \text{ con } b \neq 0,\ c \neq 0 \text{ y } d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{7} : \frac{3}{13} = \frac{5}{7} \cdot \frac{13}{3} = \frac{5 \cdot 13}{7 \cdot 3} = \frac{65}{21}$$

Transformaciones

Decimal finito a fracción

El numerador corresponde al número sin comas, y el denominador es una potencia de 10 que depende del número de decimales que tenga el número.

Ejemplo:

$$2,\underline{35} = \frac{235}{1\underline{00}} = \frac{47}{20}$$

Transformaciones

Decimal periódico a fracción

1. El numerador de la fracción es la diferencia entre el número decimal completo, sin la coma, y la parte entera.

2. El denominador está formado por tantos nueves (9), como cifras tenga el período.

Ejemplo:

$2,\overline{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9}$

$$1,\overline{57} = \frac{157-1}{99} = \frac{156}{99} = \frac{52}{33}$$

$$0,\overline{46} = \frac{46-0}{99} = \frac{46}{99}$$

Se llama **período** al conjunto de dígitos que se repite indefinidamente.

Decimal semiperiódico a fracción

1. El numerador de la fracción corresponde a la diferencia entre el número decimal completo, sin la coma; y la parte entera incluyendo las cifras del ante período.
2. El denominador queda formado por tantos nueves (9), como cifras tenga el período, y tantos ceros (0), como cifras tenga el anteperíodo.

Ejemplo:

1

$$5{,}3\overline{68} = \frac{5.368 - 53}{990} = \frac{5.315}{990} = \frac{1.063}{198}$$

1

2

$$1{,}23\overline{1} = \frac{1231 - 123}{900}$$

Se llama **anteperíodo** a los números que hay entre la coma decimal, y el período.

Números racionales (Q)

Comparación de fracciones

- Multiplicación cruzada:

Ejemplo:

Al comparar $\frac{12}{11}$ y $\frac{8}{6}$ (Multiplicando cruzado)

72 < 88

$\frac{12}{11} < \frac{8}{6}$

$12 \cdot 6$ y $11 \cdot 8$

72 y 88

Como 72 < 88, entonces: $\frac{12}{11} < \frac{8}{6}$

Números racionales (Q)

Comparación de fracciones

- Igualdad de denominadores:

Ejemplo:

108 70

Al comparar $\frac{12}{5}$ y $\frac{14}{9}$ (Igualando denominadores)

$$\frac{12 \cdot 9}{5 \cdot 9} \quad y \quad \frac{14 \cdot 5}{9 \cdot 5}$$

$$\frac{108}{45} \quad y \quad \frac{70}{45}$$

Como 108 > 70, entonces: $\frac{12}{5} > \frac{14}{9}$

Apliquemos nuestros conocimientos

1. $\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{7} + \dfrac{18}{4} + \dfrac{7}{4} =$

A) $\dfrac{50}{7}$

B) $\dfrac{29}{11}$

C) $\dfrac{29}{19}$

D) $\dfrac{8}{7}$

E) Ninguno de los valores anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{7} + \frac{18}{4} + \frac{7}{4} =$$

(Sumando las fracciones con el mismo denominador)

$$\frac{28}{4} + \frac{1}{7} =$$

(Simplificando)

$$7 + \frac{1}{7} =$$

(Sumando)

$$\frac{7 \cdot 7 + 1}{7} =$$

$$\frac{49 + 1}{7} =$$

$$\frac{50}{7}$$

A

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

2. $\dfrac{0{,}6 - 0{,}01}{0{,}01} =$

A) 0,59
B) 0,6
C) 5,9
D) 59
E) Ninguno de los valores anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

2. $\dfrac{0{,}6 - 0{,}01}{0{,}01} =$

A) 0,59
B) 0,6
C) 5,9
D) 59
E) Ninguno de los valores anteriores.

D

Habilidad: Aplicación

Resolución:

$\dfrac{0{,}6 - 0{,}01}{0{,}01} =$ (Restando)

$\dfrac{0{,}59}{0{,}01} =$ (Dividiendo)

59

Apliquemos nuestros conocimientos

3. ¿Cuántos novenos son equivalentes a $3\frac{2}{9}$?

A) 2
B) 6
C) 15
D) 27
E) 29

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

3. ¿Cuántos novenos son equivalentes a $3\frac{2}{9}$?

A) 2
B) 6
C) 15
D) 27
E) 29

E

Habilidad: Comprensión

Resolución:

$3\frac{2}{9} =$ (Transformando a fracción)

$\frac{3 \cdot 9 + 2}{9} =$ (Resolviendo)

$\frac{27 + 2}{9} =$ (Sumando)

$\frac{29}{9}$

Apliquemos nuestros conocimientos

4. El número racional $\frac{10}{11}$ es igual a

A) $\frac{1}{11} : \frac{1}{10}$

B) $4 + \frac{6}{11}$

C) $\frac{5}{4} + \frac{5}{7}$

D) $0{,}10 + 0{,}11$

E) $10 \cdot 0{,}11$

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

4. El número racional $\frac{10}{11}$ es igual a

A) $\frac{1}{11} : \frac{1}{10}$

B) $4 + \frac{6}{11}$

C) $\frac{5}{4} + \frac{5}{7}$

D) 0,10 + 0,11

E) 10 · 0,11

Resolución:

A) $\frac{1}{11} : \frac{1}{10} =$ (Dividiendo)

$\frac{1}{11} \cdot \frac{10}{1} =$

$\frac{10}{11}$

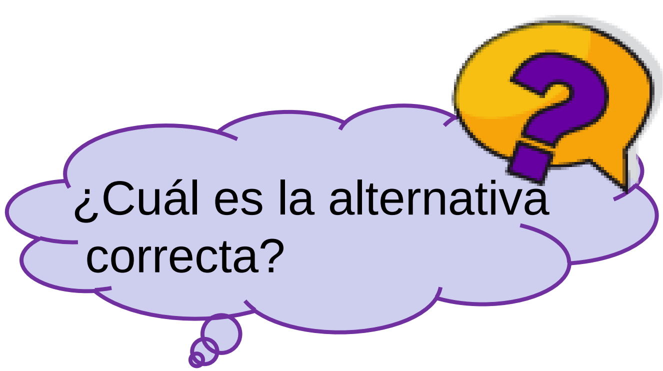
A

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

5. Para la preparación de una receta, Andrea necesita 1,3 kg de harina y sólo tiene 785 gramos. ¿Qué cantidad de harina le falta para preparar la receta?

A) 1,625 kg
B) 1,515 kg
C) 0,625 kg
D) 0,515 kg
E) Ninguna de las cantidades anteriores.



Apliquemos nuestros conocimientos

5. Para la preparación de una receta, Andrea necesita 1,3 kg de harina y sólo tiene 785 gramos. ¿Qué cantidad de harina le falta para preparar la receta?

A) 1,625 kg
B) 1,515 kg
C) 0,625 kg
D) 0,515 kg
E) Ninguna de las cantidades anteriores.

D

Resolución:

Habilidad: Aplicación

Transformando 785 gramos a kg:

785 : 1.000 = 0,785 kg

Entonces:

1,3 kg – 0,785 kg = 0,515 kg