Clase N°2: Raíces

P

Aprendizajes esperados

- Reconocer la definición de raíz como una potencia de base entera y de exponente racional.

- Aplicar las propiedades de las raíces en la resolución de ejercicios.

Contenidos

Definición

Composición y descomposición de raíces

Raíces

Multiplicación de raíces de igual índice

Raíz de una raíz

División de raíces de igual índice

Definición de raíz

Toda raíz corresponde a una potencia con exponente fraccionario.

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a}$$

(con **b** un número natural)

Los términos de una raíz

$c = \sqrt[b]{x^a}$ se llaman:

b = índice

x^a = cantidad subradical

c = radical

En esta clase solo trabajaremos con cantidades subradicales positivas e índices naturales

Ejemplo 1: $8^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{8^2} = \sqrt[5]{64}$

Ejemplo 2: $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

Definición de raíz

Para calcular una raíz debemos utilizar el siguiente procedimiento

$$\sqrt[b]{x} = c \text{ , ya que } c^b = x$$

Ejemplos:

$\sqrt[3]{8} = 2$, ya que $2^3 = 8$

$\sqrt[4]{81} = 3$, ya que $3^4 = 81$

$$\sqrt[n]{x^n} = x$$

$$\sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$$

Esto es válido solo para $x \geq 0$

Propiedades

Multiplicación de raíces de igual índice

Se multiplican las cantidades subradicales y se conserva el índice que tienen en común.

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{16 \cdot 2} = \sqrt[5]{32} = 2$$

Propiedades

División de raíces de igual índice

Se dividen las cantidades subradicales y se conserva el índice que tienen en común.

$$\boxed{\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}} \qquad (b \neq 0)$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{2.048} : \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2.048 : 4} = \sqrt[3]{512} = 8$$

Propiedades

Raíz de una raíz

Se multiplican los índices de las raíces.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[6]{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[6 \cdot 3]{7} = \sqrt[18]{7}$$

Propiedades

Composición de una raíz

Se utiliza para ingresar un factor a una raíz.

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

Ejemplo:

$$5\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 4} = \sqrt[3]{125 \cdot 4} = \sqrt[3]{500}$$

Propiedades

Descomposición de una raíz cuadrada

Se utiliza cuando un factor de la cantidad subradical es un cuadrado perfecto.

Debemos identificar los cuadrados perfectos

Ejemplo:

$$\sqrt{363} = \sqrt{121\cdot 3} = \sqrt{121}\,.\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

Primeros 20 cuadrados perfectos

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$

Apliquemos nuestros conocimientos

1. $\sqrt[3]{(1.000)^2} =$

A) $1.000^{\frac{3}{2}}$

B) 100

C) 20

D) $\sqrt[3]{2.000}$

E) $\sqrt[6]{1.000}$

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$\sqrt[3]{(1.000)^2} =$ (Aplicando propiedad de raíces)

$\left(\sqrt[3]{1.000}\right)^2 =$ (Extrayendo raíz cúbica)

$10^2 =$ (Aplicando concepto de potencia)

100

B

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

2. $\dfrac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}} + \sqrt{72} \cdot \sqrt{2} =$

A) 30

B) $15\sqrt{2}$

C) 21

D) $\sqrt{234}$

E) Ninguno de los valores anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$$\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{2}} + \sqrt{72} \cdot \sqrt{2} =$$ (Aplicando propiedad de raíces)

$$\sqrt{\frac{162}{2}} + \sqrt{72 \cdot 2} =$$ (Dividiendo y multiplicando)

$$\sqrt{81} + \sqrt{144} =$$ (Extrayendo raíz)

$$9 + 12 = 21$$

C

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

3. $6\sqrt{20} - 3\sqrt{45} =$

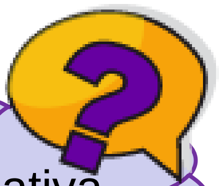
A) $3\sqrt{-25}$

B) $-3\sqrt{5}$

C) $-\sqrt{15}$

D) $3\sqrt{5}$

E) $3\sqrt{25}$



¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$6\sqrt{20} - 3\sqrt{45}$	$=$	(Descomponiendo)
$6\sqrt{4\cdot 5} - 3\sqrt{9\cdot 5}$	$=$	(Aplicando propiedad de raíces)
$6\sqrt{4}\cdot\sqrt{5} - 3\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}$	$=$	(Extrayendo raíz)
$6\cdot 2\cdot\sqrt{5} - 3\cdot 3\cdot\sqrt{5}$	$=$	(Multiplicando)
$12\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$	$=$	(Reduciendo términos semejantes)
$3\sqrt{5}$		

D

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

4. $\sqrt{2+\frac{1}{4}} =$

A) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C) $\frac{3}{2}$

D) $\sqrt{2} + \frac{1}{2}$

E) Ninguno de los valores anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$$\sqrt{2+\frac{1}{4}} = \quad \text{(Resolviendo)}$$

$$\sqrt{\frac{2\cdot 4+1}{4}} = \quad \text{(Respetando el orden de las operaciones)}$$

$$\sqrt{\frac{8+1}{4}} = \quad \text{(Sumando)}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \quad \text{(Aplicando propiedad de raíces)}$$

$$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \quad \text{(Extrayendo raíz)}$$

$$\frac{3}{2}$$

C

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

5. $\dfrac{5\sqrt{6}+\sqrt{24}}{\sqrt{6}} =$

A) 7

B) 9

C) $5+\sqrt{24}$

D) $5\sqrt{5}$

E) $6\sqrt{5}$

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$$\frac{5\sqrt{6}+\sqrt{24}}{\sqrt{6}} =$$

(Descomponiendo)

$$\frac{5\sqrt{6}+\sqrt{4\cdot 6}}{\sqrt{6}} =$$

(Aplicando propiedad de raíces)

$$\frac{5\sqrt{6}+\sqrt{4}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}} =$$

(Extrayendo raíz)

$$\frac{5\sqrt{6}+2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} =$$

(Reduciendo términos semejantes)

$$\frac{7\sqrt{6}}{\sqrt{6}} =$$

(Simplificando)

A

$$7$$

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

¡ Error común !

$$\frac{5\cancel{\sqrt{6}} + \sqrt{24}}{\cancel{\sqrt{6}}}$$

$$5 + \sqrt{24}$$